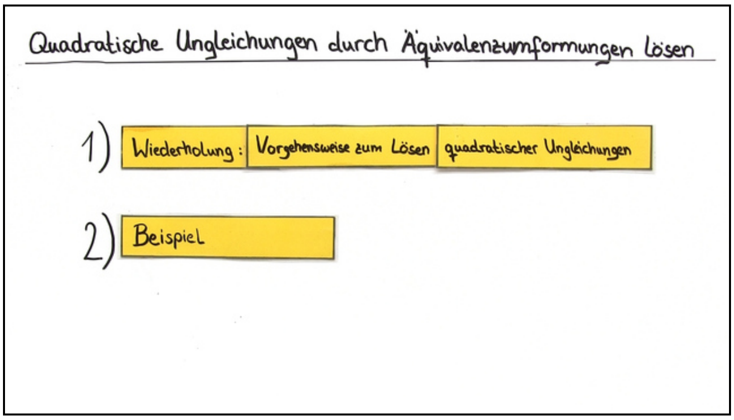
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Quadratische Ungleichungen lösen – mit Hilfe von Äquivalenzumformungen (Übungsvideo)



1. **Stelle dar, wie du die quadratische Ungleichung lösen kannst.**
2. Gib an, wie du allgemein eine quadratische Ungleichung lösen kannst.
3. Berechne die Lösungsmenge der quadratischen Ungleichung.
4. Arbeite den Lösungsweg zur Bestimmung der Lösungsmenge der quadratischen Ungleichung heraus.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Stelle dar, wie du die quadratische Ungleichung lösen kannst.

Verbinde die allgemeine Vorgehensweise mit dem konkreten Lösungsschritt.

$$-x^2+5x-6>0$$

Am Beispiel der nebenstehenden quadratischen Ungleichung sollst du die Schritte zum Lösen von quadratischen Ungleichungen wiederholen.

A Die Ungleichung durch den Vorfaktor teilen.

B Der quadratische Term soll faktorisiert werden.

C Die Gleichung wieder in eine Ungleichung überführen.

D Das Vorzeichen des Produktes bestimmen.

E Die Lösungsmenge mit der Bezeichnung L angeben.

1 Es entsteht also die Ungleichung: $(x-2)\cdot(x-3)<0$

2 Fallunterscheidung:
$(x-2>0 \wedge x-3<0)$
oder
$(x-2<0 \wedge x-3>0)$

3 Somit ist dann: $(x-2)\cdot(x-3)=0$

4 Es gilt dann: $-x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow x^2-5x+6<0$

5 Damit ist also $\mathsf{L}=\{x \mid x\in\,]2,3[\}$

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 4

Stelle dar, wie du die quadratische Ungleichung lösen kannst.

1. Tipp

Die allgemeine Form lautet: $ax^2 + bx + c = 0$.

Die p-q-Formel kann nur angewendet werden, wenn der Vorfaktor a vor x^2 gerade eins ist.

---

2. Tipp

Die Lösungen x_1 und x_2 von $x^2 + px + q = 0$ liefern die Faktorisierung.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 4

Stelle dar, wie du die quadratische Ungleichung lösen kannst.

Lösungsschlüssel: A—4 // B—3 // C—1 // D—2 // E—5

Die Ungleichung $-x^2+5x-6>0$ soll gelöst werden.

1. Im ersten Schritt musst du die Ungleichung durch $a=-1$ teilen. Dann entsteht die Ungleichung $x^2-5x+6<0$. Also gehören

„*Die Ungleichung durch den Vorfaktor teilen.*" und

„*Es gilt dann:* $-x^2+5x-6>0 \Leftrightarrow x^2-5x+6<0$" zusammen.

2. Den Term x^2-5x+6 müssen wir jetzt faktorisieren, weshalb wir $x^2-5x+6=0$ betrachten. Mit der p-q-Formel lässt sich diese quadratische Gleichung lösen. Hier sind $p=-5$ und $q=6$.

$$x_{1,2}=\frac{5}{2}\pm\sqrt{\frac{25}{4}-6}=2{,}5\pm\sqrt{\frac{25}{4}-\frac{24}{4}}=2{,}5\pm 0{,}5$$

Die Lösungen sind daher $x_1=3$ oder $x_2=2$, womit $(x-2)\cdot(x-3)=0$ ist. Also gehören

„*Der quadratische Term soll faktorisiert werden*" und „*Somit ist dann:* $(x-2)\cdot(x-3)=0$" zusammen.

3. Nun schreiben wir die quadratische Gleichung wieder zu einer quadratischen Ungleichung zurück. Wir erhalten $(x-2)\cdot(x-3)<0$. Also gehören

„*Die Gleichung wieder in eine Ungleichung überführen.*" und

„*Es entsteht also die Ungleichung:* $(x-2)\cdot(x-3)<0$" zusammen.

4. Das Produkt $(x-2)\cdot(x-3)$ soll negativ sein. Folglich muss ein Faktor positiv und der andere Faktor negativ sein. Wir erhalten also zwei Fälle.

Fall 1 (erster Faktor positiv, zweiter Faktor negativ):

$$\begin{array}{llll} & x-3>0 & \wedge & x-2<0 \\ \Leftrightarrow & x>3 & \wedge & x<2 \end{array}$$

Fall 2 (erster Faktor negativ, zweiter Faktor positiv):

$$\begin{array}{llll} & x-3<0 & \wedge & x-2>0 \\ \Leftrightarrow & x<3 & \wedge & x>2 \end{array}$$

Also gehören

„*Das Vorzeichen des Produktes bestimmen.*" und

„*Fallunterscheidung:* $(x-2>0 \wedge x-3<0)$ *oder* $(x-2<0 \wedge x-3>0)$" zusammen.

5. Aus Fall 1 folgt $3<x<2$, was unmöglich ist. Fall 2 liefert $2<x<3$, d.h. in der Lösungsmenge sind alle reellen Zahlen x, die zwischen 2 und 3 liegen. Die Zahlen 2 und 3 gehören allerdings nicht dazu. Die Lösungsmenge ist daher $\mathsf{L}=\{x \mid x\in\,]2,3[\}$. Also gehören

„*Die Lösungsmenge mit der Bezeichnung* L *angeben.*" und

„*Damit ist also* $\mathsf{L} = \{x \mid x \in \,]2,3[\}$*.*" zusammen.