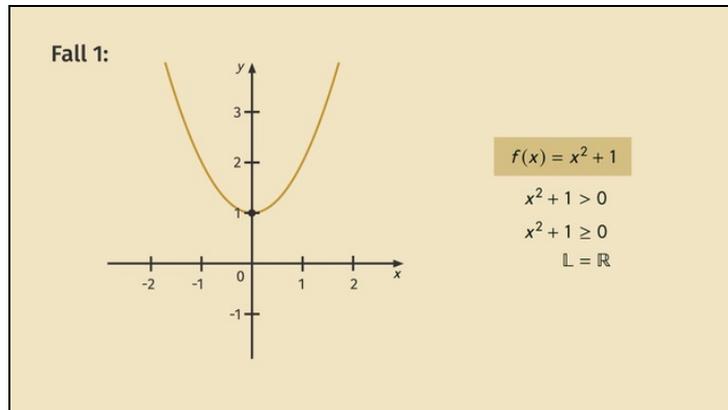




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

# Lösungsmengen quadratischer Ungleichungen



- 1 **Bestimme die Lösungsmenge.**
- 2 **Gib die Lösungsmengen an.**
- 3 **Charakterisiere die Lösungsmengen.**
- 4 **Analysiere die Ungleichungen.**
- 5 **Erschließe die Ungleichungen.**
- + **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**



Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



## Bestimme die Lösungsmenge.

Fülle die Lücken im Text.



Graf Graph sucht neue Herausforderungen: Er studiert die Lösungsmengen quadratischer Ungleichungen. Dabei gibt es viele verschiedene Möglichkeiten. Kannst Du ihm helfen, diese zu unterscheiden?

eine     Nullstellen      $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$       $\emptyset$       $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 1\}$       $x^2$      keine     zwei      $x^2 + 1$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ oder } x \geq 1\}$       $x^2 - 1$       $\mathbb{R}$       $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Graf Graph sucht die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 + 1 \leq 0$ . Dazu bestimmt er zuerst die

.....1  
folgender Funktion:

$f(x) =$   
.....2

Diese Funktion hat  
.....3  
Nullstelle(n).

Die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 + 1 \leq 0$  ist:  
 $L =$   
.....4

Für die Ungleichung  $x^2 + 1 > 0$  findet Graf Graph die Lösungsmenge:  
 $L =$   
.....5

Als Nächstes untersucht Graf Graph die Ungleichung  $x^2 - 1 \leq 0$ . Wieder sucht er zuerst die Nullstellen einer quadratischen Funktion, nämlich der Funktion:



$$f(x) =$$

..... 6.

Diese Funktion hat

..... 7.

Nullstelle(n).

Die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 - 1 \leq 0$  ist:

$$L =$$

..... 8.

Für die Ungleichung  $x^2 - 1 > 0$  findet Graf Graph die Lösungsmenge:

$$L =$$

..... 9.



## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 5

### Bestimme die Lösungsmenge.

#### 1. Tipp

Die Lösungsmenge einer quadratischen Ungleichung wird von den Lösungen der quadratischen Gleichung begrenzt.

---

#### 2. Tipp

Die Lösungsmenge der Gleichung  $x^2 + 4 < 0$  ist leer.

---

#### 3. Tipp

Eine Gleichung der Form  $x^2 + c > 0$  mit  $c \neq 0$  hat entweder keine oder zwei Lösungen.

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1  
von 5

### Bestimme die Lösungsmenge.

**Lösungsschlüssel:** 1: Nullstellen // 2:  $x^2 + 1$  // 3: keine // 4:  $\emptyset$  // 5:  $\mathbb{R}$  // 6:  $x^2 - 1$  // 7: zwei // 8:  $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$  // 9:  $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 1\}$

#### Beispiel 1:

Um die Lösungsmenge der **Ungleichung**  $x^2 + 1 \leq 0$  zu finden, bestimmt Graf Graph zuerst die Lösungsmenge der **Gleichung**  $x^2 + 1 = 0$ . Die Lösungen dieser Gleichung sind die **Nullstellen** der Funktion

$$f(x) = x^2 + 1.$$

Da  $1 > 0$  ist und  $x^2 \geq 0$  ist für alle  $x \in \mathbb{R}$ , ist auch  $x^2 + 1 > 0$ . Die Funktion  $f(x) = x^2 + 1$  hat also **keine** Nullstellen. Es gibt auch keine  $x \in \mathbb{R}$  mit  $f(x) \leq 0$ , daher ist die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 + 1 \leq 0$  leer, also:

$$L = \emptyset.$$

Da  $f(x) \geq 1 > 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt, ist die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 + 1 > 0$ :

$$L = \mathbb{R}.$$

#### Beispiel 2:

Die Lösungsmenge der quadratischen Ungleichung  $x^2 - 1 \leq 0$  wird durch die Lösungen der zugehörigen quadratischen Gleichung begrenzt. Die Lösungsmenge der Gleichung  $x^2 - 1 = 0$  sind die Nullstellen der quadratischen Funktion:

$$f(x) = x^2 - 1.$$

Diese Funktion hat **zwei** Nullstellen, nämlich  $x_1 = -1$  und  $x_2 = 1$ . Um die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 - 1 \leq 0$  zu finden, sucht Graf Graph alle reellen Zahlen  $x$ , für die  $x^2 - 1$  kleiner oder gleich 0 ist. Dies sind alle  $x \in \mathbb{R}$ , für die  $x^2 \leq 1$  gilt, also alle  $x \in \mathbb{R}$  zwischen  $x_1$  und  $x_2$ . Die Lösungsmenge ist demnach:

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}.$$

Die Lösungsmenge der Ungleichung  $x^2 - 1 > 0$  besteht aus allen reellen Zahlen  $x$ , für die  $x^2 > 1$  gilt, also alle Zahlen  $x$ , die größer als 1 oder kleiner als  $-1$  sind. Daher findet Graf Graph hier die Lösungsmenge:

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 1\}.$$