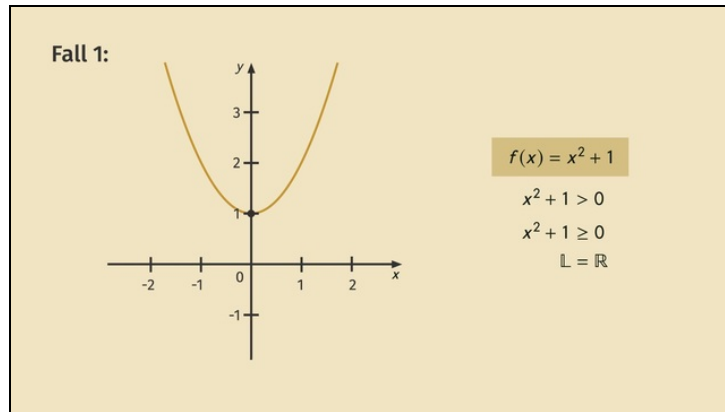




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Lösungsmengen quadratischer Ungleichungen



- 1 **Bestimme die Lösungsmenge.**
- 2 **Gib die Lösungsmengen an.**
- 3 **Charakterisiere die Lösungsmengen.**
- 4 **Analysiere die Ungleichungen.**
- 5 **Erschließe die Ungleichungen.**
- + **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**



Das komplette Paket, **inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege** gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Bestimme die Lösungsmenge.

Fülle die Lücken im Text.



Graf Graph sucht neue Herausforderungen: Er studiert die Lösungsmengen quadratischer Ungleichungen. Dabei gibt es viele verschiedene Möglichkeiten. Kannst Du ihm helfen, diese zu unterscheiden?

eine Nullstellen $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 1\}$ \emptyset $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 1\}$ x^2 keine zwei $x^2 + 1$

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ oder } x \geq 1\}$ $x^2 - 1$ \mathbb{R} $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

Graf Graph sucht die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 + 1 \leq 0$. Dazu bestimmt er zuerst die

.....1
folgender Funktion:

$f(x) =$
.....2

Diese Funktion hat
.....3
Nullstelle(n).

Die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 + 1 \leq 0$ ist:
 $L =$
.....4

Für die Ungleichung $x^2 + 1 > 0$ findet Graf Graph die Lösungsmenge:
 $L =$
.....5

Als Nächstes untersucht Graf Graph die Ungleichung $x^2 - 1 \leq 0$. Wieder sucht er zuerst die Nullstellen einer quadratischen Funktion, nämlich der Funktion:



$$f(x) =$$

..... 6.

Diese Funktion hat

..... 7.

Nullstelle(n).

Die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 - 1 \leq 0$ ist:

$$L =$$

..... 8.

Für die Ungleichung $x^2 - 1 > 0$ findet Graf Graph die Lösungsmenge:

$$L =$$

..... 9.



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 5

Bestimme die Lösungsmenge.

1. Tipp

Die Lösungsmenge einer quadratischen Ungleichung wird von den Lösungen der quadratischen Gleichung begrenzt.

2. Tipp

Die Lösungsmenge der Gleichung $x^2 + 4 < 0$ ist leer.

3. Tipp

Eine Gleichung der Form $x^2 + c > 0$ mit $c \neq 0$ hat entweder keine oder zwei Lösungen.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 5

Bestimme die Lösungsmenge.

Lösungsschlüssel: 1: Nullstellen // 2: $x^2 + 1$ // 3: keine // 4: \emptyset // 5: \mathbb{R} // 6: $x^2 - 1$ // 7: zwei // 8: $\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$ // 9: $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 1\}$

Beispiel 1:

Um die Lösungsmenge der **Ungleichung** $x^2 + 1 \leq 0$ zu finden, bestimmt Graf Graph zuerst die Lösungsmenge der **Gleichung** $x^2 + 1 = 0$. Die Lösungen dieser Gleichung sind die **Nullstellen** der Funktion

$$f(x) = x^2 + 1.$$

Da $1 > 0$ ist und $x^2 \geq 0$ ist für alle $x \in \mathbb{R}$, ist auch $x^2 + 1 > 0$. Die Funktion $f(x) = x^2 + 1$ hat also **keine** Nullstellen. Es gibt auch keine $x \in \mathbb{R}$ mit $f(x) \leq 0$, daher ist die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 + 1 \leq 0$ leer, also:

$$L = \emptyset.$$

Da $f(x) \geq 1 > 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt, ist die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 + 1 > 0$:

$$L = \mathbb{R}.$$

Beispiel 2:

Die Lösungsmenge der quadratischen Ungleichung $x^2 - 1 \leq 0$ wird durch die Lösungen der zugehörigen quadratischen Gleichung begrenzt. Die Lösungsmenge der Gleichung $x^2 - 1 = 0$ sind die Nullstellen der quadratischen Funktion:

$$f(x) = x^2 - 1.$$

Diese Funktion hat **zwei** Nullstellen, nämlich $x_1 = -1$ und $x_2 = 1$. Um die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 - 1 \leq 0$ zu finden, sucht Graf Graph alle reellen Zahlen x , für die $x^2 - 1$ kleiner oder gleich 0 ist. Dies sind alle $x \in \mathbb{R}$, für die $x^2 \leq 1$ gilt, also alle $x \in \mathbb{R}$ zwischen x_1 und x_2 . Die Lösungsmenge ist demnach:

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}.$$

Die Lösungsmenge der Ungleichung $x^2 - 1 > 0$ besteht aus allen reellen Zahlen x , für die $x^2 > 1$ gilt, also alle Zahlen x , die größer als 1 oder kleiner als -1 sind. Daher findet Graf Graph hier die Lösungsmenge:

$$L = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ oder } x > 1\}.$$