Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

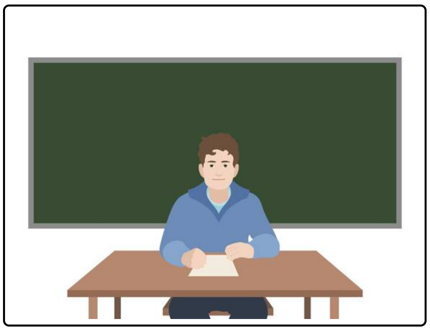
Direkter Beweis – Erklärung und Beispiel

1. **Bestimme, welche Koeffizienten p und q für die pq -Formel eine Lösung liefern.**
2. Beschreibe, wie du beim direkten Beweis der pq-Formel vorgehst.
3. Gib den direkten Beweis für die pq-Formel an.
4. Ermittle die Eigenschaften der gegebenen Terme.
5. Zeige mittels eines direkten Beweises, dass das Produkt zweier ungerader Zahlen wieder ungerade ist.
6. Zeige, dass die Summe zweier ungerader Zahlen gerade ist.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Bestimme, welche Koeffizienten p und q für die pq-Formel eine Lösung liefern.

Wähle aus.



Timos Lehrerin hat die pq-Formel direkt bewiesen. Sie lautet:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Sie hat auch gezeigt, dass diese nur unter einer bestimmten Bedingung die Lösung für eine quadratische Gleichung in Normalform liefert. Nun soll Timo ausgehend von den Koeffizienten p und q beurteilen, ob die zugehörige quadratische Gleichung eine Lösung hat.

Magst du ihm dabei helfen?

A $p = 2;\ q = 2$ ☐

B $p = 4;\ q = 4$ ☐

C $p = 2;\ q = -2$ ☐

D $p = -4;\ q = 4$ ☐

E $p = -2;\ q = 2$ ☐

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Bestimme, welche Koeffizienten p und q für die pq-Formel eine Lösung liefern.

1. Tipp

Die **Bedingung** dafür, dass die pq-Formel die Lösung einer quadratischen Gleichung liefert, lautet wie folgt:

$$\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0\,.$$

---

2. Tipp

Du kannst die gegebenen Werte für die Koeffizienten p und q in die **Bedingung einsetzen** und diese überprüfen. Ist das Resultat eine negative Zahl, so existiert **keine Lösung** dieser quadratischen Gleichung.

---

3. Tipp

Der Ausdruck unter der Quadratwurzel in der pq-Formel heißt **Diskriminante** D **der quadratischen Gleichung**. Für diese gilt:

$$\begin{array}{cccll} D & > & 0 & \rightarrow & \text{zwei Lösungen} \\ D & = & 0 & \rightarrow & \text{eine Lösung} \\ D & < & 0 & \rightarrow & \text{keine Lösung} \end{array}$$

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Bestimme, welche Koeffizienten p und q für die pq-Formel eine Lösung liefern.

Lösungsschlüssel: B, C, D

Bei dem direkten Beweis der pq-Formel wird die Annahme getroffen, dass $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$ gilt. Dieser Ausdruck steht in der pq-Formel unter der Quadratwurzel und heißt **Diskriminante D der quadratischen Gleichung**. Für diese gilt:

$$\begin{array}{llll} D & > & 0 & \rightarrow & \text{zwei Lösungen} \\ D & = & 0 & \rightarrow & \text{eine Lösung} \\ D & < & 0 & \rightarrow & \text{keine Lösung} \end{array}$$

Wenn wir also ausgehend von den Koeffizienten p und q beurteilen wollen, ob die zugehörige quadratische Gleichung eine Lösung besitzt, müssen wir nur die Bedingung $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$ überprüfen.

Beispiel 1: $p = 2;\ q = 2$

$$\left(\frac{2}{2}\right)^2 - 2 = 1^2 - 2 = -1 < 0$$

Somit ist die Bedingung nicht erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt keine Lösung.

Beispiel 2: $p = 4;\ q = 4$

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 - 4 = 2^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Somit ist die Bedingung erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt eine Lösung.

Beispiel 3: $p = 2;\ q = -2$

$$\left(\frac{2}{2}\right)^2 - (-2) = 1^2 + 2 = 3 > 0$$

Somit ist die Bedingung erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt eine Lösung.

Beispiel 4: $p = -4;\ q = 4$

$$\left(\frac{-4}{2}\right)^2 - 4 = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

Somit ist die Bedingung erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt eine Lösung.

Beispiel 5: $p = -2;\ q = 2$

$$\left(\frac{-2}{2}\right)^2 - 2 = (-1)^2 - 2 = -1 < 0$$

Somit ist die Bedingung nicht erfüllt und die zugehörige quadratische Gleichung besitzt keine Lösung.