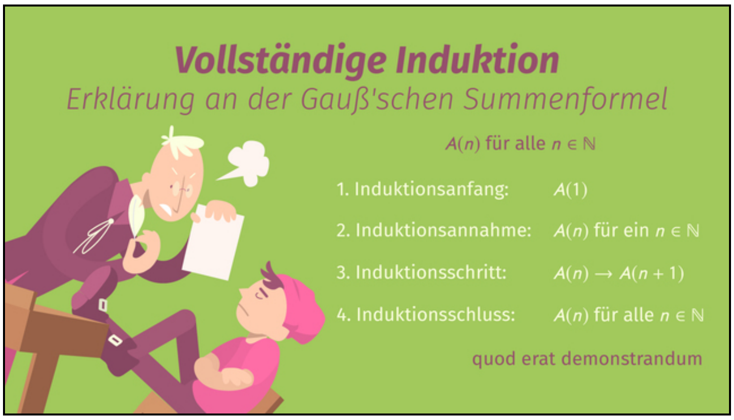
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Vollständige Induktion – Erklärung an der Gauß'schen Summenformel

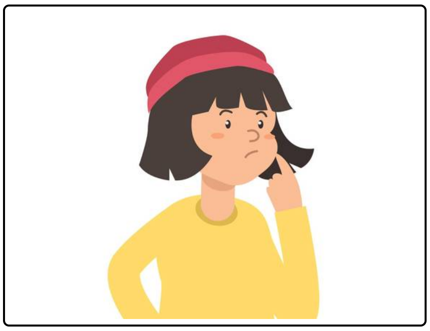


1. **Beschreibe, wie du bei einem Beweis durch vollständige Induktion vorgehst.**
2. Beschreibe, was du in dem jeweiligen Schritt der vollständigen Induktion tust.
3. Gib den Beweis mittels vollständiger Induktion an.
4. Ermittle, welche der Aussagen $A(n)$ mit $n \in \mathbb{N}$ im Induktionsanfang eine wahre Aussage liefern.
5. Bestimme, nach welchem Gleichheitszeichen die Induktionsannahme verwendet wird.
6. Zeige mittels vollständiger Induktion, dass die gegebene Aussage gilt.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Beschreibe, wie du bei einem Beweis durch vollständige Induktion vorgehst.

Sortiere.



Daphne soll einige Aussagen mittels vollständiger Induktion beweisen. Bevor sie damit loslegt, möchte sie im Umgang mit Summenzeichen fit werden. Also übt sie am folgenden Beispiel:

- $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$

Für verschiedene $n \in \mathbb{N}$ möchte sie nun diesen mathematischen Ausdruck berechnen.

Magst du ihr dabei helfen?

	1: 16
A: $\sum_{k=1}^{1}(2k-1)$	2: 2
B: $\sum_{k=1}^{2}(2k-1)$	3: 1
C: $\sum_{k=1}^{3}(2k-1)$	4: 4
D: $\sum_{k=1}^{4}(2k-1)$	5: 6
	6: 9

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Beschreibe, wie du bei einem Beweis durch vollständige Induktion vorgehst.

1. Tipp

Schau dir folgendes Beispiel an:

$$\sum_{k=1}^{4} k = 1 + 2 + 3 + 4 = 10.$$

---

2. Tipp

Mit diesem mathematischen Ausdruck kannst du alle Quadratzahlen berechnen.

---

3. Tipp

Für $n = 5$ liefert der gegebene Ausdruck folgendes Ergebnis:

$$\sum_{k=1}^{5} (2k-1) = \underbrace{(2\cdot 1-1)}_{1} + \underbrace{(2\cdot 2-1)}_{3} + \underbrace{(2\cdot 3-1)}_{5} + \underbrace{(2\cdot 4-1)}_{7} + \underbrace{(2\cdot 5-1)}_{9} = 25$$

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Beschreibe, wie du bei einem Beweis durch vollständige Induktion vorgehst.

Lösungsschlüssel: A—3 // B—4 // C—6 // D—1

Aussagen über natürliche Zahlen können wir mit der **vollständigen Induktion** beweisen. Dabei handelt es sich oftmals um Ausdrücke, in denen Summenzeichen vorkommen. Also ist es sinnvoll, den Umgang mit Summenzeichen zu üben. Hierzu betrachten wir folgenden mathematischen Ausdruck:

- $\sum\limits_{k=1}^{n}(2k-1)$.

Wir bestimmen die Summen für $n=1$, $n=2$, $n=3$ und $n=4$. Es folgt für diese:

- $\sum\limits_{k=1}^{1}(2k-1)=2\cdot 1-1=1$,
- $\sum\limits_{k=1}^{2}(2k-1)=(2\cdot 1-1)+(2\cdot 2-1)=1+3=4$,
- $\sum\limits_{k=1}^{3}(2k-1)=(2\cdot 1-1)+(2\cdot 2-1)+(2\cdot 3-1)=1+3+5=9$ und
- $\sum\limits_{k=1}^{4}(2k-1)=(2\cdot 1-1)+(2\cdot 2-1)+(2\cdot 3-1)+(2\cdot 4-1)=1+3+5+7=16$.