



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

# Ganzrationale und gebrochenrationale Funktionen – Verhalten im Unendlichen

GANZRATIONALE FUNKTIONEN

$$x \rightarrow \infty \quad x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 8x + 9$$

ausklammern:

$$x^4 \left( 1 - \frac{5}{x} + \frac{7}{x^2} - \frac{8}{x^3} + \frac{9}{x^4} \right)$$

The fractions  $\frac{5}{x}$ ,  $\frac{7}{x^2}$ ,  $\frac{8}{x^3}$ , and  $\frac{9}{x^4}$  are circled in blue, with arrows pointing to a '0' below each. An arrow also points from the '1' in the parentheses to the limit expression below.

$$= \left( \lim_{x \rightarrow \infty} x^4 \right) \cdot 1 = \text{„} \infty \cdot 1 \text{“} = \underline{\underline{\infty}}$$

- 1 Bestimme den höchsten Exponenten im Zähler- sowie im Nennerterm.
- 2 Gib an, wie der Grenzwert von ganzrationalen Funktionen bestimmt werden kann.
- 3 Fasse die Grenzwerte bei ganzrationalen Funktionen in einer Tabelle zusammen.
- 4 Beschreibe, wie der Grenzwert einer gebrochenrationalen Funktion bestimmt wird.
- 5 Ermittle jeweils den Grenzwert der Funktion.
- 6 Leite den Grenzwert der gebrochenrationalen Funktionenschar in Abhängigkeit von Parameterwerten her.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com



## Bestimme den höchsten Exponenten im Zähler- sowie im Nennerterm.

Wähle die korrekten Aussagen aus.

Bei der Untersuchung von Grenzwerten von ganzrationalen sowie gebrochenrationalen Funktionen, untersuchst du die höchsten Potenzen, das heißt, die Potenzen mit dem größten Exponenten.

- $x^3$  ist die höchste Potenz der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^3 - x^5 + x - 8 + 3x^8$ . **A**
- $x^5$  ist die höchste Potenz der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^3 - x^5 + x - 8 + 3x^8$ . **B**
- $x^8$  ist die höchste Potenz der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^3 - x^5 + x - 8 + 3x^8$ . **C**
- $x^4$  ist die höchste Potenz der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^4 + 3 - 7x^5$ . **D**
- $x^5$  ist die höchste Potenz der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 2x^4 + 3 - 7x^5$ . **E**



## Unsere Tipps für die Aufgaben

1  
von 6

### Bestimme den höchsten Exponenten im Zähler- sowie im Nennerterm.

#### 1. Tipp

Beachte: Üblicherweise werden bei ganzrationalen Funktionen die Potenzen der Größe nach geordnet. Dann steht die größte Potenz ganz links.

Dies ist in den angegebenen Beispielen nicht der Fall.

---

#### 2. Tipp

Schau dir ein Beispiel an. Die Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3x - 4x^2 + 2x^7$  hat die höchste Potenz  $x^7$ .

---

#### 3. Tipp

Die höchste Potenz ist eindeutig. Du erkennst sie an dem größten Exponenten.

Zum Beispiel ist  $x^5$  eine größere Potenz als  $x^2$ , da  $5 > 2$  ist.

---



## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1  
von 6

### Bestimme den höchsten Exponenten im Zähler- sowie im Nennerterm.

Lösungsschlüssel: C, E

höchster Koeffizient $a_n$	höchste Potenz	$x \rightarrow \infty$	$x \rightarrow -\infty$
positiv	gerade	$f(x) \rightarrow \infty$	$f(x) \rightarrow \infty$
negativ	gerade	$f(x) \rightarrow -\infty$	$f(x) \rightarrow -\infty$
positiv	ungerade	$f(x) \rightarrow \infty$	$f(x) \rightarrow -\infty$
negativ	ungerade	$f(x) \rightarrow -\infty$	$f(x) \rightarrow \infty$

Wenn du eine ganzrationale Funktion auf ihr Verhalten im Unendlichen untersuchen willst, musst du dir zunächst die höchste Potenz anschauen. Dann kannst du den entsprechenden Grenzwert gemäß der dargestellten Tabelle bestimmen.

Eine Potenz hat die Form  $x^n$ . Dabei spricht man von der höchsten Potenz, wenn der Exponent, also  $n$ , am größten ist.

Schauen wir uns einmal zwei Beispiele dazu an:

1. Die höchste Potenz von  $f(x) = 2x^3 - x^5 + x - 8 + 3x^8$  ist  $x^8$ .
2. Die höchste Potenz von  $f(x) = 2x^4 + 3 - 7x^5$  ist  $x^5$ .

Hinweis: Auch bei der Untersuchung gebrochenrationaler Funktionen musst du die höchste Potenz untersuchen. Dabei betrachtest du diese sowohl im Zähler- als auch im Nennerterm.