



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Potenzregel für rationale Potenzen

Ableitungen bestimmen - Potenzregel für rationale Potenzen

$$s(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2, v \geq 0$$

s in m, v in $\frac{\text{km}}{\text{h}}$

Potenzregel: $f(x) = x^r \rightarrow f'(x) = r \cdot x^{r-1}, r \in \mathbb{Q}$

$$s(v) = \frac{v^2}{100} = \frac{1}{100} \cdot v^2$$
$$s'(v) = \frac{1}{100} \cdot 2 \cdot v = \frac{v}{50}$$

Geschwindigkeit zu gemessenen Bremsweg? $v(s) = 10 \cdot \sqrt{s}, s \geq 0$

Zeit?
→ Ableitung!

- 1 **Gib die erste Ableitung der jeweiligen Funktion an.**
- 2 Bestimme die Ableitungen der gegebenen Funktionen und gib die dazugehörige Ableitungsregel an.
- 3 Gib die Funktionen unter Verwendung der Potenzgesetze in Potenzschreibweise an.
- 4 Ermittle die erste Ableitung für die jeweilige Funktion.
- 5 Leite die gegebenen Funktionen einmal ab.
- 6 Bestimme die Ableitungsfunktionen der gegebenen Funktionen.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Gib die erste Ableitung der jeweiligen Funktion an.

Wähle die korrekten Antworten aus.

A

$$f(x) = x$$
$$f'(x) = 1$$

B

$$g(x) = \frac{3}{x}$$
$$g'(x) = x^3$$

C

$$h(x) = \sqrt{x}$$
$$h'(x) = x^2 \sqrt{x}$$

D

$$k(x) = \frac{1}{x}$$
$$k'(x) = -\frac{1}{x^2}$$



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Gib die erste Ableitung der jeweiligen Funktion an.

1. Tipp

Du kannst Wurzel- und gebrochenrationale Funktionen in eine Potenzfunktion umschreiben. Dazu musst du folgende Potenzgesetze nutzen:

- $\sqrt{x} = x^{\frac{1}{2}}$
 - $\frac{1}{x} = x^{-1}$
-

2. Tipp

Eine Funktion, welche in der Potenzschreibweise vorliegt, kannst du mittels der Potenzregel ableiten:

- $f(x) = x^r$
 - $f'(x) = r \cdot x^{r-1}$
-



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Gib die erste Ableitung der jeweiligen Funktion an.

Lösungsschlüssel: A, D

Nun schauen wir uns das Vorgehen beim Ableiten der gegebenen vier Funktionen an. Für das bessere Verständnis werden wir diejenigen Funktionen, bei denen es sich nicht um eine Potenzfunktion handelt, zunächst einmal in die Potenzschreibweise umschreiben und anschließend mit der Potenzregel ableiten.

Die Potenzregel für eine allgemeine Potenzfunktion in der Form $f(x) = x^r$ lautet:

$$f'(x) = r \cdot x^{r-1}$$

Beispiel 1: $f(x) = x$

Bei dem Graphen dieser Funktion handelt es sich um eine Ursprungsgerade mit der Steigung $m = 1$. Diese Funktion kann man auch in der Form $f(x) = x^1$ schreiben. Nach der Potenzregel erhält man dann folgende Ableitung:

$$f'(x) = 1 \cdot x^{1-1} = 1 \cdot x^0$$

Wir wissen, dass jede Zahl hoch 0 gleich 1 ist. Also folgt:

$$f'(x) = 1 \cdot 1 = 1$$

Somit stimmt die Aussage dass die Ableitung von $f(x) = x$ gleich $f'(x) = 1$ ist.

Beispiel 2: $g(x) = \frac{3}{x}$

Wir haben hier eine gebrochenrationale Funktion. Diese können wir mittels der Potenzgesetze in die Form $g(x) = 3 \cdot x^{-1}$ umschreiben und anschließend mit der Potenzregel ableiten. So erhalten wir:

$$g'(x) = 3 \cdot (-1) \cdot x^{-1-1} = -3 \cdot x^{-2} = -\frac{3}{x^2}$$

Die Ableitung $g'(x) = -\frac{3}{x^2}$ entspricht nicht der vorgegebenen Ableitung $g'(x) = x^3$. Somit ist diese Aussage falsch.

Beispiel 3: $h(x) = \sqrt{x}$

Die gegebene Funktion ist eine Wurzelfunktion. In Potenzschreibweise erhalten wir die Funktion

$h(x) = x^{\frac{1}{2}}$ und können diese mit der Potenzregel ableiten. Es folgt:

$$h'(x) = \frac{1}{2} \cdot x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Die Lösung $h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ entspricht nicht der vorgegebenen Ableitung $h'(x) = x^2 \sqrt{x}$. Somit ist auch diese Aussage falsch.

Beispiel 4: $k(x) = \frac{1}{x}$

Auch hier haben wir wieder eine gebrochenrationale Funktion und schreiben diese in die Potenzschreibweise $k(x) = x^{-1}$ um. Nun leiten wir mittels der Potenzregel ab:



Arbeitsblatt: Potenzregel für rationale Potenzen

Mathematik / Funktionen / Ableitungen / Potenzregel, Faktorregel und Summenregel bei Ableitungen / Potenzregel für rationale Potenzen

$$k'(x) = (-1) \cdot x^{-1-1} = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$$

Da diese Ableitung der vorgegebenen Ableitung entspricht, ist die Aussage korrekt.