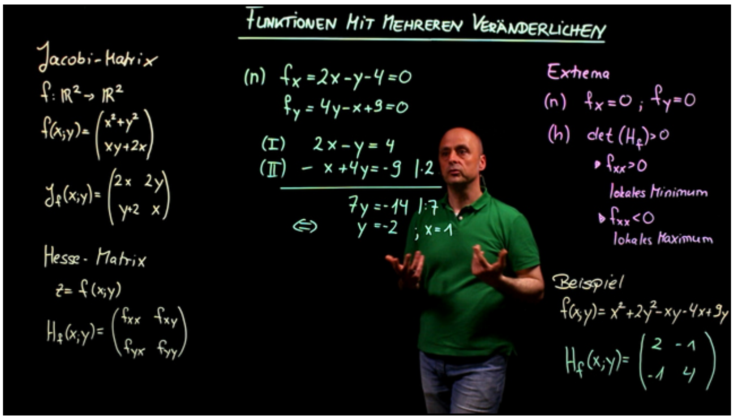
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Funktionen mit mehreren Veränderlichen – Jacobi-Matrix und Hesse-Matrix



1. **Gib die Jacobi-Matrix der Funktion an.**
2. Beschreibe die Eigenschaften der Hesse-Matrix.
3. Bestimme die Art und Lage des lokalen Extremums von $f(x;y) = x^2 + 2y^2 - xy - 4x + .9y$
4. Ermittle die Ableitungen der Funktion $f(x;y) = -x^2 - y^2 - xy$.
5. Untersuche die Funktion $f(x;y) = -x^2 - y^2 - xy$ auf Extrema.
6. Prüfe, ob die Funktion $f(x;y) = x^2 + 2x + 2y^2$ ein lokales Extremum besitzt.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Gib die Jacobi-Matrix der Funktion an.

Setze die fehlenden Terme in die Lücken ein.

$$f: \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^2 \\ (x;y) & \to & f(x;y) = \begin{pmatrix} x^2+y^2 \\ xy+2x \end{pmatrix} \end{array}$$

$x+2$ | 2 | $2x+y^2$ | x^2+2y | $2x$ | $y+2$ | $2y$ | x

$$J_f(x;y) = \begin{pmatrix} \boxed{}_1 & \boxed{}_2 \\ \boxed{}_3 & \boxed{}_4 \end{pmatrix}$$

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Gib die Jacobi-Matrix der Funktion an.

1. Tipp

Leite jede Zeile der Funktion partiell nach den beiden Veränderlichen ab.

---

2. Tipp

In der ersten Zeile der Jacobi-Matrix stehen die partiellen Ableitung der ersten Zeile nach x und dann nach y.

Analog gehst du in der zweiten Zeile vor.

---

3. Tipp

Zum Beispiel ist die partielle Ableitung der zweiten Zeile nach x gegeben durch $y+2$.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Gib die Jacobi-Matrix der Funktion an.

Lösungsschlüssel: 1: $2x$ // 2: $2y$ // 3: $y+2$ // 4: x

$$\begin{array}{llll} & \mathbb{R}^2 & \to & \mathbb{R}^2 \\ f: & (x;y) & \to & f(x;y) = \begin{pmatrix} x^2+y^2 \\ xy+2x \end{pmatrix} \end{array}$$

Die Jacobi-Matrix einer Funktion $f(x;y)$ wie sie hier zu sehen ist, ist nicht zu verwechseln mit der Hesse-Matrix.

Während die Jacobi-Matrix die „erste Ableitung" einer Funktion ist, ist die Hesse-Matrix die „zweite Ableitung".

Wenn man jede Koordinate von $f(x;y)$ partiell ableitet, erhält man in jeder Zeile zwei partielle Ableitung. Die Jacobi-Matrix ist somit eine $[2\times 2]$-Matrix:

$$J_f(x;y) = \begin{pmatrix} 2x & 2y \\ y+2 & x \end{pmatrix}.$$