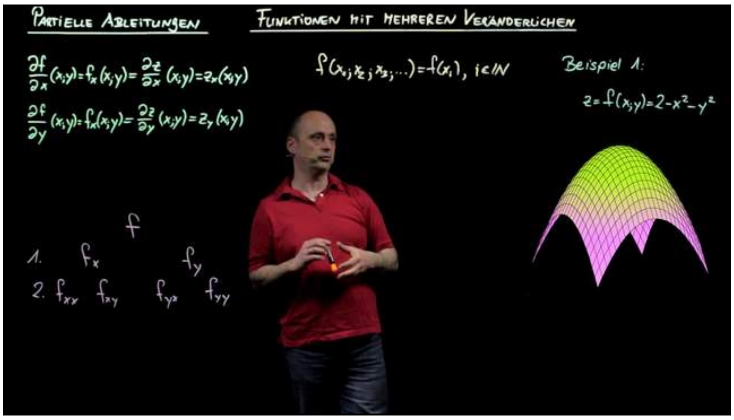
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

# Partielle Ableitungen für Funktionen mit mehreren Veränderlichen




1. **Ergänze die Erklärung zu partiellen Ableitungen.**
2. Bestimme die partiellen Ableitungen der Funktion.
3. Gib die jeweils ersten partiellen Ableitungen der Funktionen an.
4. Leite die Funktion $f(x;y) = x^3 + 3y^2$ partiell ab.
5. Ermittle die partiellen Ableitungen erster und zweiter Ordnung.
6. Prüfe, für welchen Parameter die partiellen Ableitungen zweiter Ordnung $f_{xy} = f_{yx} = 4x + 2y$ sind.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

## Ergänze die Erklärung zu partiellen Ableitungen.

Setze die fehlenden Begriffe in die Lücken ein.

$$f(x;y)$$

Die Funktion $f$ hängt von zwei Variablen $x$ und $y$ ab.

Sei zum Beispiel ein Rechteck mit den Seitenlängen $x$ und $y$ gegeben, dann ist $f(x;y) = x \cdot y$ die Funktion, welche den Flächeninhalt dieses Rechtecks angibt.

unabhängig | keiner | beiden | zweite | konstant | jeweils andere | dritte | $y$ | $x$ | variabel

Man kann eine Funktion $f(x;y)$ nach ______________ (1) Variablen partiell ableiten.

Hierfür stellt man sich vor, dass die ______________ (2) Variable ______________ (3) ist. Bei $f_x$ wird also entsprechend die Variable ______________ (4) festgehalten.

## Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

### Ergänze die Erklärung zu partiellen Ableitungen.

**1. Tipp**

Für Funktionen mit einer Veränderlichen kannst du die bekannten Ableitungsregeln anwenden.

---

**2. Tipp**

Schaue dir das Beispiel mit dem Rechteck an. Sei $x = 5$ konstant, dann ist

$A(y) = f(5; y) = 5y$

eine Funktion mit einer Veränderlichen.

---

## Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

# Ergänze die Erklärung zu partiellen Ableitungen.

**Lösungsschlüssel:** 1: beiden // 2: jeweils andere // 3: konstant // 4: $y$

Wenn eine Funktion von mehreren Veränderlichen abhängt, zum Beispiel $f(x;y)$ von $x$ und $y$, kann man nach jeder der beiden Variablen partiell ableiten. Das bedeutet, man „hält" die andere Variable „fest", zum Beispiel $y = y_0$, dann hängt $f(x; y = y_0)$ nur noch von der Variablen $x$ ab und kann mit den bekannten Ableitungsregeln abgeleitet werden.

Man schreibt eine partielle Ableitung so:

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x;y) = f_x(x;y)$$

Dies ist die partielle Ableitung der Funktion $f$ nach $x$. Ganz rechts ist eine Kurzschreibweise zu sehen. Wenn man auch noch die Argumente weglässt, ist $f_x$ die partielle Ableitung der Funktion $f$ nach $x$.

Ebenso kann partiell nach $y$ abgeleitet werden:

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x;y) = f_y(x;y).$$

Diese partiellen Ableitungen (1. Ordnung) können nochmals abgeleitet werden und heißen dann partielle Ableitungen 2. Ordnung:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x}(x;y) = f_{xx}(x;y)$$

oder

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x;y) = f_{xy}(x;y)$$