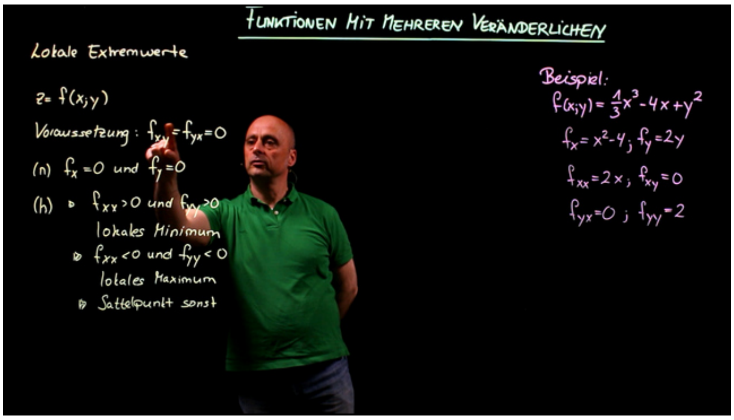
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Funktionen mit mehreren Veränderlichen – Lokale Extremwerte ohne Nebenbedingungen



1. **Gib die partiellen Ableitungen der Funktion $f(x;y) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + y^2$ an.**
2. **Gib das notwendige sowie das hinreichende Kriterium für Extrema bei Funktionen mit mehreren Veränderlichen an.**
3. **Bestimme die Extrema der Funktion.**
4. **Leite die Funktion $f(x;y) = \frac{1}{2}x^2 - 2y^2$ zweimal ab.**
5. **Untersuche die Funktion auf Extrema.**
6. **Bestimme die Extrema der Funktion $f(x;y) = 2(x^2-1)^2 + y^2 - 2y$.**

\+ **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**

Gib die partiellen Ableitungen der Funktion $f(x;y) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + y^2$ an.

Verbinde die Elemente miteinander.

A $f_x =$

B $f_{xx} =$

C $f_{xy} =$

D $f_{yy} =$

1 $2y$

2 0

3 $2x$

4 $x^2 - 4$

5 2

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Gib die partiellen Ableitungen der Funktion $f(x;y)=\frac{1}{3}x^3-4x+y^2$ an.

1. Tipp

Die partielle Ableitung erster Ordnung nach y ist $f_y=2y$.

---

2. Tipp

Die partielle Ableitung zweiter Ordnung ist die partielle Ableitung der partiellen Ableitung erster Ordnung:

- $f_{xx}=\frac{\delta f_x}{\delta x}$
- $f_{xy}=\frac{\delta f_x}{\delta y}$
- $f_{yx}=\frac{\delta f_y}{\delta x}$
- $f_{yy}=\frac{\delta f_y}{\delta y}$

Auf den eindimensionalen Fall angewendet, bedeutet dies: Die 2. Ableitung ist die Ableitung der ersten Ableitung.

---

3. Tipp

Die Untersuchung des hinreichenden Kriteriums erfolgt unter der Voraussetzung $f_{xy}=f_{yx}=0$.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Gib die partiellen Ableitungen der Funktion $f(x;y) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + y^2$ an.

Lösungsschlüssel: A—4 // B—3 // C—2 // D—5

Die partiellen Ableitungen einer Funktion mit mehreren Veränderlichen kann man bestimmen, indem man die jeweilige Variable, nach welcher nicht abgeleitet wird, als Konstante behandelt:

$f_x = x^2 - 4$ und $f_y = 2y$

Die jeweiligen partiellen Ableitungen zweiter Ordnung sind die partiellen Ableitungen dieser partiellen Ableitungen:

- $f_{xx} = \frac{\delta(x^2-4)}{\delta x} = 2x$
- $f_{xy} = \frac{\delta(x^2-4)}{\delta y} = 0$ - in dieser partiellen Ableitung kommt y nicht vor.
- $f_{yx} = \frac{\delta(2y)}{\delta x} = 0$
- $f_{yy} = \frac{\delta(2y)}{\delta y} = 2$