



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)

Gegenseitige Lage Ebene-Ebene – Beispiele

Lage Ebene-Ebene

Parametergleichung
 $\vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v} \quad r, s \in \mathbb{R}$

Koordinatengleichung
 $n_1 \cdot x + n_2 \cdot y + n_3 \cdot z = C \quad C \in \mathbb{R}$

EINSETZEN

GEGENSEITIGE LAGE EBENE-EBENE

Aufgabe

Die Punkte A, B und C liegen in der Ebene E

A	(2 1 -3)
B	(3 1 -4)
C	(4 2 -3)

(1) $r = a \cdot s + b \quad a, b \in \mathbb{R}$
→ Ebenen schneiden sich

(2) $0 = 0$ (wahre Aussage)
→ Ebenen sind identisch

(3) $a = b, a \neq b$ (falsche Aussage)
→ Ebenen sind parallel

- 1 Stelle die Lagebeziehung der Ebenen E und F dar.
 - 2 Gib die gegenseitige Lage zwischen den Ebenen E und G an.
 - 3 Ermittle die gegenseitige Lage zwischen der Ebene E und den Ebenen F, G, H und I .
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von [sofatutor.com](https://www.sofatutor.com)



Stelle die Lagebeziehung der Ebenen E und F dar.

Bringe die dafür vorgesehenen Arbeitsschritte in die richtige Reihenfolge.

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Die Ebene E ist in Parameterform und die Ebene F in Koordinatenform gegeben.

$$F: -1,5x + 3y - 1,5z = 4,5$$

A Wir können weiter zusammenfassen und es ergibt sich dann $4,5 = 4,5$.

B Diese Gleichung lässt sich noch weiter zu $-3 - 1,5r - 3s + 3 + 3s + 4,5 + 1,5r = 4,5$ vereinfachen.

C Damit erhalten wir eine wahre Aussage, womit die Ebenen E und F identisch sind.

D Um die Lagebeziehung beider Ebenen zu bestimmen, setzen wir E in F ein.

E Man erhält dann $-1,5 \cdot (2 + r + 2s) + 3 \cdot (1 + s) - 1,5 \cdot (-3 - r) = 4,5$.

RICHTIGE REIHENFOLGE



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 3

Stelle die Lagebeziehung der Ebenen E und F dar.

1. Tipp

Es sind die Ebenen M in Parameterform und N in Koordinatenform gegeben. Will man die Lagebeziehung beider Ebenen untersuchen, dann setzt man M zeilenweise in N ein.

2. Tipp

$$M: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Es sind bspw. die Ebenen M und $N: 2x - 4y + z = -3$ gegeben. Setzt man M zeilenweise in N ein, dann erhält man $2 \cdot (1 + r) - 4 \cdot s + 2 = -3$. Diese Gleichung kann man nun noch weiter vereinfachen bzw. zusammenfassen.

3. Tipp

Erhält man nach ein paar Umformungsschritten z.B. die Gleichung $7 = 7$, dann hat man eine wahre Aussage erhalten. Die Gleichung $0 = 0$ muss nicht zwingend entstehen. Es ist lediglich wichtig, dass auf der linken Seite der Gleichung das Gleiche steht wie auf der rechten Seite der Gleichung.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 3

Stelle die Lagebeziehung der Ebenen E und F dar.

Lösungsschlüssel: D, E, B, A, C

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Wir wollen die Lagebeziehung der Ebenen E und $F: -1,5x + 3y - 1,5z = 4,5$ untersuchen.

1. Da die Ebene E in Parameterform und die Ebene F in Koordinatenform gegeben ist, brauchen wir E nur in F einsetzen. Das machen wir zeilenweise, d.h. die erste Zeile von E setzen wir für x ein, die zweite Zeile von E setzen wir für y ein und die dritte Zeile von E setzen wir für z ein.

2. Man erhält dann die Gleichung

$$-1,5 \cdot (2 + r + 2s) + 3 \cdot (1 + s) - 1,5 \cdot (-3 - r) = 4,5.$$

3. Die linke Seite dieser Gleichung lässt sich durch das Auflösen der Klammern noch weiter vereinfachen. Es folgt die Gleichung $-3 - 1,5r - 3s + 3 + 3s + 4,5 + 1,5r = 4,5$.

4. Erneut können wir die linke Seite der Gleichung vereinfachen bzw. einige Terme zusammenfassen. Es ergänzen sich $-3 + 3$, $-1,5r + 1,5r$ und $-3s + 3s$ zu Null, weshalb am Ende nur noch $4,5 = 4,5$ übrig bleibt. Dies ist eine wahre Aussage. Möchte man $0 = 0$ zu stehen haben, dann muss man nur noch auf beiden Seiten der Gleichung $4,5$ subtrahieren. Das ist allerdings nicht notwendig, da es nur wichtig ist, dass eine wahre Aussage entsteht.

5. Wegen der wahren Aussage $4,5 = 4,5$ sind die Ebenen E und F identisch.