



Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofator.com

Ableitung der Umkehrfunktion – Beispiele

ABLEITUNG DER UMKEHRFUNKTION – BEISPIELE

f sei eine umkehrbare Funktion
 f^{-1} die Umkehrfunktion
 f und f^{-1} differenzierbar
 $f'(x)$ und $(f^{-1})'(x) \neq 0$

Umkehrformel (1. Fassung)
 $f'(x) = \frac{1}{(f^{-1})'(f(x))}$

Umkehrformel (2. Fassung)
 $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$

1. Beispiel (1. Fassung)
Ges.: Ableitung von $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$, $x > 0$
Lsg.: Umkehrfunktion $f^{-1}(x) = \frac{1}{x^2}$, $x > 0$
Ableitung: $(f^{-1})'(x) = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$
Ersetzung: $x \leftrightarrow f(x)$ $(f^{-1})'(f(x)) = -\frac{2}{(\frac{1}{\sqrt{x}})^3} = -\frac{2}{\frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}}$
Umkehrformel:
 $f'(x) = \frac{1}{-\frac{2}{\frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}}} = \frac{1}{-2} \cdot \frac{1}{\frac{1}{x^{\frac{3}{2}}}}$

- 1 Gib die Umkehrformeln zur Berechnung einer Ableitung an.
 - 2 Leite die Ableitung der Funktion mit der Umkehrformel her.
 - 3 Berechne die Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle $x = \frac{1}{9}$
 - 4 Bestimme die Ableitung der Funktion $f(x) = \sqrt[4]{x} + 5$.
 - 5 Leite die Funktion $f(x) = \sqrt[n]{x}$ mit $x > 0$ und $n \in \mathbb{N}$ ab.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von sofator.com



Gib die Umkehrformeln zur Berechnung einer Ableitung an.

Wähle die korrekten Fassungen der Umkehrformel aus.

A

$$f'(x) = \frac{1}{(f^{-1})'(f(x))}$$

B

$$f'(x) = \frac{1}{(f)'(f(x))}$$

C

$$(f^{-1})'(x) = \frac{2}{f'(f^{-1}(x))}$$

D

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$$



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 5

Gib die Umkehrformeln zur Berechnung einer Ableitung an.

1. Tipp

Die Ableitung der Funktion $f(x) = 2x$ ist $f'(x) = 2$.

Die Umkehrfunktion ist $f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x$ und deren Ableitung ist $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{2}$.

2. Tipp

Es gibt 2 Fassungen der Umkehrregel für Ableitungen.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 5

Gib die Umkehrformeln zur Berechnung einer Ableitung an.

Lösungsschlüssel: A, D

Die Regel zur Ableitung einer Umkehrfunktion kann in 2 Fassungen angegeben werden. Dabei müssen sowohl die Funktion als auch die Umkehrfunktion differenzierter sein.

- $f'(x) = \frac{1}{(f^{-1})'(f(x))}$ oder
- $(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$.

Die Wahl hängt davon ab, ob die Funktion oder die Umkehrfunktion gegeben ist.