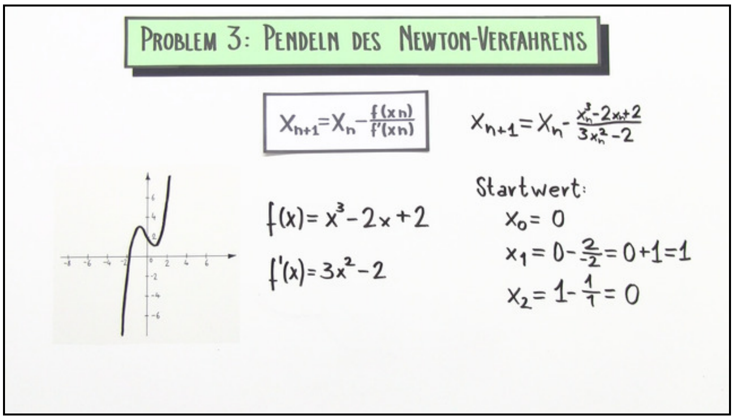
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Newton-Verfahren und seine Grenzen



1. **Bestimme die Nullstelle mithilfe des Newton-Verfahrens.**
2. Bestimme mögliche Nullstellen mithilfe des Newton-Verfahrens.
3. Fasse zusammen, in welchen Fällen das Newton-Verfahren divergiert.
4. Bestimme die Nullstelle mithilfe des Newton-Verfahrens.
5. Entscheide, welcher Startwert x_0 zu einer Nullstelle führt.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Bestimme die Nullstelle mithilfe des Newton-Verfahrens.

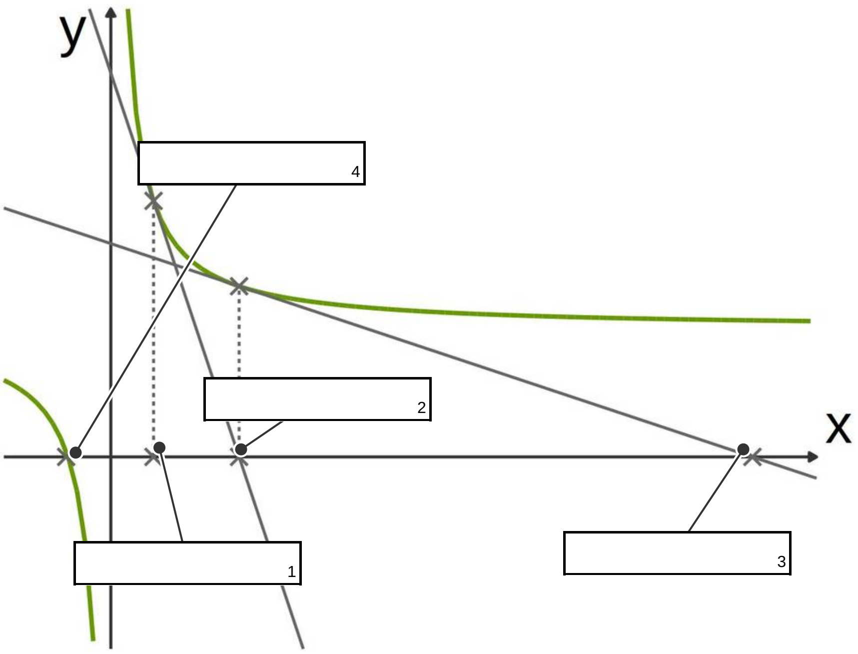
Fülle die Lücken mit den entsprechenden Werten.

$$f(x) = \frac{1}{x} + 1$$

Als Startwert wird $x_0 = 1$ angenommen.

Bestimme die Position von x_0 sowie der weiteren Werte x_1 und x_2. Bestimme auch die x-Koordinate der Nullstelle.

-2 | 0 | 3 | 12 | 15 | -1 | 1 | 6 | 8



Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 5

Bestimme die Nullstelle mithilfe des Newton-Verfahrens.

1. Tipp

Die allgemeine Iterationsvorschrift lautet

$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$.

---

2. Tipp

Setze die Funktion und ihre erste Ableitung in die allgemeine Iterationsvorschrift ein.

---

3. Tipp

Die erste Ableitung der Funktion lautet $f'(x) = 2x$.

---

4. Tipp

Setze den Startwert $x_0 = 1$ in die Iterationsvorschrift ein, um x_1 zu bestimmen.

---

5. Tipp

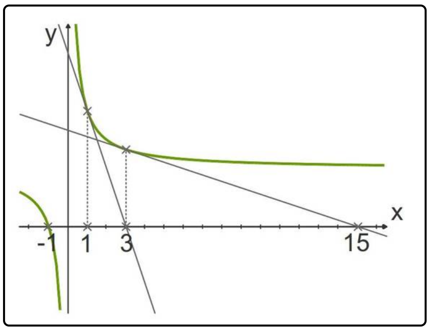
Um die Nullstelle zu bestimmen, kannst du die Gleichung $\frac{1}{x} + 1 = 0$ lösen.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 5

Bestimme die Nullstelle mithilfe des Newton-Verfahrens.

Lösungsschlüssel: 1: 1 // 2: 3 // 3: 15 // 4: -1



Setzt du die Funktion $f(x)=\frac{1}{x}+1$ und ihre Ableitung $f'(x)=-\frac{1}{x^2}$ in die allgemeine Iterationsvorschrift ein, erhältst du

$$x_{n+1}=x_n-\frac{\frac{1}{x_n}+1}{-\frac{1}{x_n^2}}.$$

Setzt du nun den Startwert $x_0=1$ in die Iterationsvorschrift ein, erhältst du $x_1=1-\frac{2}{-1}=3$. Setzt du dies erneut ein, erhältst du $x_2=15$. Weitere Werte lauten $x_3=255$ und $x_4=65535$. Die Näherungswerte x_n steigen also immer weiter und das Newton-Verfahren divergiert in diesem Fall. Die Nullstelle der Funktion lässt sich jedoch auch ohne Newton-Verfahren bestimmen, indem du die Gleichung $f(x)=0$ löst.

$$\begin{aligned} f(x)&=0 \\ \frac{1}{x}+1&=0 && \left|-\frac{1}{x}\right. \\ 1&=-\frac{1}{x} && |\cdot x \\ x&=-1 \end{aligned}$$

Die Nullstelle liegt also bei $x=-1$.