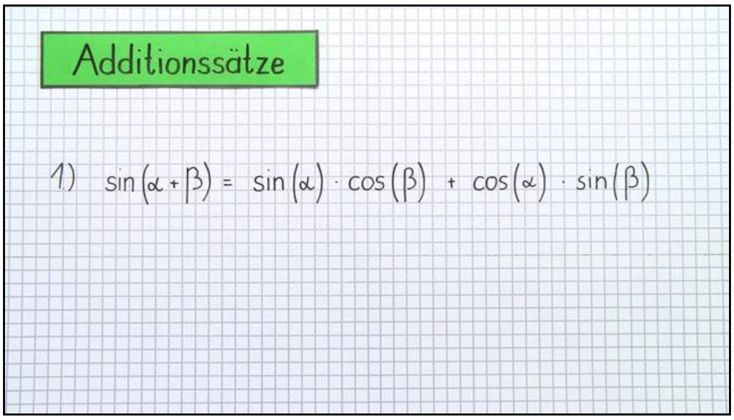
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Additionssätze sin(a+b) und sin(a-b) – Herleitung und Beweis



1. **Vervollständige den Beweis des Additionssatzes** $\sin(\alpha-\beta)=\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)-\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)$
2. **Gib den Sinussatz an.**
3. **Ergänze den Beweis des Additionssatzes** $\sin(\alpha+\beta)=\sin(\alpha)\cdot\cos(\beta)+\cos(\alpha)\cdot\sin(\beta)$**.**
4. **Berechne den Sinuswert von** 135°**.**
5. **Leite mit einem Additionssatz her, dass** $\sin(180^\circ-\alpha)=\sin(\alpha)$ **gilt.**
6. **Stelle mit Hilfe eines Additionssatzes eine Formel für** $\sin(2\alpha)$ **auf.**

\+ **mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben**

Vervollständige den Beweis des Additionssatzes $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$.

Setze die fehlenden Begriffe oder Terme in die Lücken ein.

| punktsymmetrisch | y-Achse | x-Achse | $-\alpha$ | $-\beta$ | $-\cos(\beta)$ | $\cos(\beta)$ |
| $-\sin(\beta)$ | Koordinatenursprung | $\sin(\beta)$ | $-\sin(\alpha)$ | achsensymmetrisch | | |

1 Es gilt der Additionssatz:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta).$$

Nun ersetzen wir in diesem Satz β durch ______________[1] und erhalten:

$$\sin(\alpha + (-\beta)) = \sin(\alpha) \cdot \cos(-\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(-\beta).$$

2 Da die Kosinusfunktion ______________[2] zur ______________[3] ist und somit $\cos(-\beta) =$ ______________[4] gilt, und weil die Sinusfunktion ______________[5] zum ______________[6] ist und somit $\sin(-\beta) =$ ______________[7] gilt, simmt folgende Gleichung:

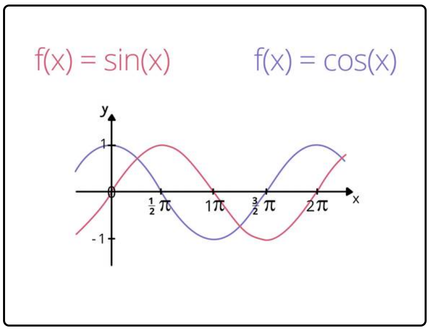
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 6

Vervollständige den Beweis des Additionssatzes $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$.

1. Tipp



Schau dir den Verlauf der Sinus- und Kosinusfunktion an.

2. Tipp

Wenn eine Funktion achsensymmetrisch ist, zu welcher Achse ist sie dann symmetrisch?

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 6

Vervollständige den Beweis des Additionssatzes $\sin(\alpha - \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$.

Lösungsschlüssel: 1: $-\beta$ // 2: achsensymmetrisch // 3: y-Achse // 4: $\cos(\beta)$ // 5: punktsymmetrisch // 6: Koordinatenursprung // 7: $-\sin(\beta)$

Es wird der Additionssatz

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta)$$

verwendet. Um den Satz für $\sin(\alpha - \beta)$ zu beweisen, wird in dem Additionssatz β durch $-\beta$ ersetzt.

$$\sin(\alpha + (-\beta)) = \sin(\alpha) \cdot \cos(-\beta) + \cos(\alpha) \cdot \sin(-\beta).$$

Es gilt:
- die Kosinusfunktion ist achsensymmetrisch zur y-Achse, das heißt $\cos(-\beta) = \cos(\beta)$, sowie
- die Sinusfunktion ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung, also $\sin(-\beta) = -\sin(\beta)$.

Wenn man diese beiden Eigenschaften verwendet, erhält man

$$\begin{aligned}\sin(\alpha + (-\beta)) &= \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) + \cos(\alpha) \cdot (-\sin(\beta)) \\ &= \sin(\alpha) \cdot \cos(\beta) - \cos(\alpha) \cdot \sin(\beta).\end{aligned}$$

Dies ist der gesuchte Additionssatz.