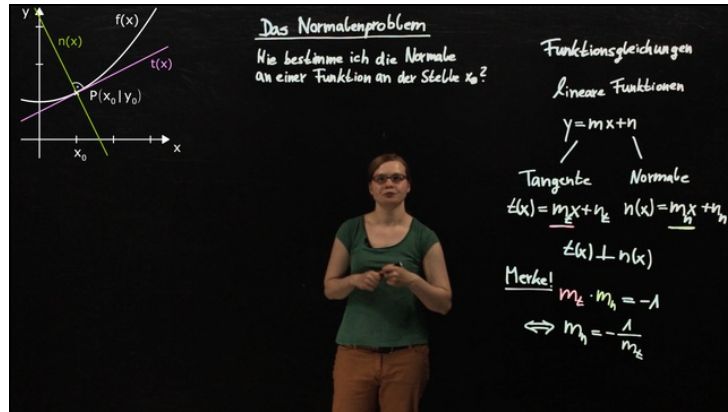




Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Normalenproblem – Normale in einem Punkt bestimmen



- 1 **Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.**
- 2 Beschreibe, was eine Normale ist.
- 3 Bestimme die Gleichung der Normalen.
- 4 Entscheide, welche der linearen Funktionen die Normale zu f im Punkt x_0 ist.
- 5 Berechne den Schnittpunkt der Normalen.
- 6 Weise nach, dass die Normalengleichung auch in der Form $n(x) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) + y_0$ angegeben werden kann.
- + mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben



Das komplette Paket, inkl. aller Aufgaben, Tipps, Lösungen und Lösungswege gibt es für alle Abonnenten von sofatutor.com



Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.

Bringe die einzelnen Rechenschritte in die richtige Reihenfolge.

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + 3x^2 - 5; x_0 = -1$$

Wie lautet die Normalengleichung $n(x) = m_n \cdot x + n_n$?

Somit ist die Normalengleichung gegeben durch $n(x) = \frac{1}{4}x - 2\frac{3}{4}$. A

Es gilt also $n(x) = \frac{1}{4}x + n_n$. B

$-3 = \frac{1}{4} \cdot (-1) + n_n$. Dies ist äquivalent zu $n_n = -2\frac{3}{4}$. C

Die Steigung der Normalen ist gegeben durch $m_n = -\frac{1}{m_t} = \frac{1}{4}$. D

Berechnung von n_n durch Einsetzen des Punktes $P(-1 | -3)$ in $n(x)$: E

Berechnung des Anstiegs der Tangente. Dieser ist $m_t = f'(-1) = -4$. F

RICHTIGE REIHENFOLGE



Unsere Tipps für die Aufgaben

1
von 6

Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.

1. Tipp

Tangente und Normale stehen senkrecht zueinander.

- Wie ist der Anstieg der Tangente gegeben?
 - Wie hängen der Anstieg der Tangente und der der Normalen zusammen?
-

2. Tipp

Die Ableitung von f ist nach der Produktregel $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x$. Durch Einsetzen von $x_0 = -1$ in diese Ableitung erhältst du den Anstieg der Tangente m_t .

3. Tipp

Es gilt $m_t \cdot m_n = -1$. Dabei ist m_t der Anstieg der Tangente und m_n der der Normalen.

4. Tipp

Um den Schnittpunkt mit der y-Achse n_n zu berechnen, wird der Punkt $P(x_0|y_0)$ verwendet. Für $x_0 = -1$ ist $y_0 = (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 = -3$.



Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1
von 6

Gib die Gleichung der Normalen an der Stelle x_0 an.

Lösungsschlüssel: F, D, B, E, C, A

Die Normalengleichung lautet $n(x) = m_n \cdot x + n_n$. Die Normale steht senkrecht auf der Tangente mit dem Anstieg m_t . Das heißt, man muss zunächst den Anstieg der Tangente berechnen, um dann über die Formel $m_n = -\frac{1}{m_t}$ den Anstieg der Normalen zu erhalten.

• $m_t = f'(-1)$. Die Ableitung von f ist nach der Potenzregel gegeben durch $f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 6x$. Damit ist $f'(-1) = 4 \cdot (-1)^3 + 6 \cdot (-1)^2 + 6 \cdot (-1) = -4$.

• $m_n = -\frac{1}{-4} = \frac{1}{4}$.

Nun kann die Normalengleichung bereits wie folgt aufgeschrieben werden: $n(x) = \frac{1}{4}x + n_n$.

n_n kann berechnet werden, indem der Punkt $P(x_0|y_0)$ in $n(x)$ eingesetzt wird. Für $x_0 = -1$ ist $y_0 = (-1)^4 + 2 \cdot (-1)^3 + 3 \cdot (-1)^2 - 5 = -3$.

$$\begin{aligned} -3 &= \frac{1}{4} \cdot (-1) + n_n && | + \frac{1}{4} \\ -2\frac{3}{4} &= n_n. \end{aligned}$$

Nun ist die Normalengleichung bestimmt: $n(x) = \frac{1}{4}x - 2\frac{3}{4}$.