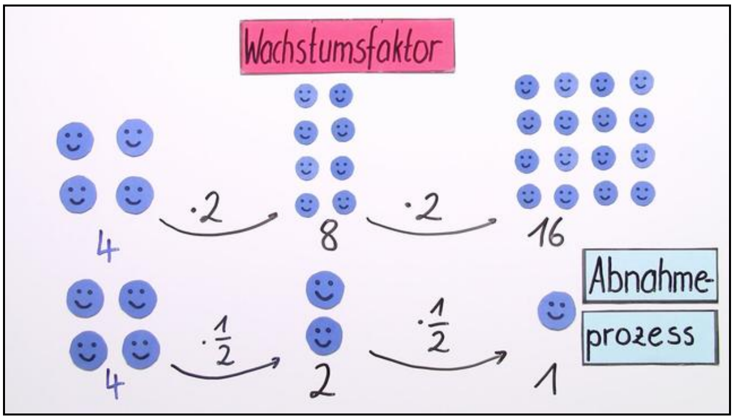
Arbeitsblätter zum Ausdrucken von sofatutor.com

Exponentialfunktionen – Kenngrößen bestimmen (1)



1 **Beschreibe, wie man Kenngrößen bestimmt.**

2 Beschreibe die richtigen Eigenschaften für die angegebene Exponentialfunktion.

3 Prüfe, welche Art von Prozess vorliegt.

4 Ermittle die Bestände nach den gegebenen Zeiten.

5 Bestimme die Wachstumsfaktoren der angegebenen Wachstumsfunktionen für die vorgegebene Anfangswerte.

\+ mit vielen Tipps, Lösungsschlüsseln und Lösungswegen zu allen Aufgaben

Beschreibe, wie man Kenngrößen bestimmt.

Fülle die Lücken mit den richtigen Zahlen, Begriffen und Formeln.

$\frac{1}{2}$	$4 \cdot 2^x$	Wachstumsprozess	Anfangswert	Wachstumsfunktionen
$2 \cdot 4^x$	Wachstumsfaktor	Abnahmeprozess	verdoppeln	kleiner

Wir wollen die Kenngrößen einer Funktionsgleichung bestimmen.

Betrachten wir als erstes die allgemeine Funktion $f(x) = a \cdot b^x$ Sie wird teilweise auch $N(t) = a \cdot b^t$ geschrieben, um zu zeigen, dass die Funktion von der Zeit t abhängt. Solche ________________ [1] hängen in der Regel immer von der Zeit ab.

Der Faktor *a* steht hierbei für den ________________ [2]. Wenn wir uns zum Beispiel eine Bevölkerung von 4 Menschen hat, ist 4 unser Startwert.

Die Variable *b* ist hierbei unser ________________ [3]. Er gibt an wie stark *a* pro Zeiteinheit wächst.

In unserem Beispiel ist der Wachstumsfaktor 2, da sich die Bevölkerung jedes Jahr ________________ [4] soll.

Wir können die fertige Funktionsgleichung jetzt zusammensetzen $f(x) =$ ________________ [5].

Wie hier zu sehen ist, wächst die Bevölkerung also an. Es wird jedes Jahr mehr. Nach dem ersten Jahr sind es schon 8 Menschen und nach einem weiteren Jahr schon 16.

Wenn die Bevölkerung aber nun nicht wächst sondern schrumpft, müssen wir für den Faktor *b* eine Zahl ________________ [6] als 1 einsetzen.

Die Bevölkerung soll sich zum Beispiel jedes Jahr halbieren, dann ist der Wachstumsfaktor ________________ [7].

Nach dem ersten Jahr wären aus den 4 Menschen dann 2 geworden und nach einem weiteren Jahr dann 1.

Allgemein können wir also sagen:

Ist $b > 1$ sprechen wir von einem ________________ [8].

Ist $b < 1$ sprechen wir von einem ________________ [9].

Unsere Tipps für die Aufgaben

1 von 5

Beschreibe, wie man Kenngrößen bestimmt.

1. Tipp

Wie sieht die Funktion $f(x) = a \cdot b^x$ am Anfang zum Zeitpunkt $x = 0$ aus? Vergiss nicht, dass $b^0 = 1$ gilt.

---

2. Tipp

Mit was muss a multipliziert werden, damit sie größer oder kleiner wird?

Vergleiche die Funktionen $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ und $y = 2^x$ miteinander.

Lösungen und Lösungswege für die Aufgaben

1 von 5

Beschreibe, wie man Kenngrößen bestimmt.

Lösungsschlüssel: 1: Wachstumsfunktionen // 2: Anfangswert // 3: Wachstumsfaktor // 4: verdoppeln // 5: $4 \cdot 2^x$ // 6: kleiner // 7: $\frac{1}{2}$ // 8: Wachstumsprozess // 9: Abnahmeprozess

Betrachten wir als erstes die allgemeine Funktion $f(x) = a \cdot b^x$. Sie wird teilweise auch $N(t) = a \cdot b^t$ geschrieben, um zu zeigen, dass die Funktion von der Zeit *t* abhängt. Solche **Wachstumsfunktionen** hängen in der Regel immer von der Zeit ab.

- *Die Bezeichnung Wachstumsfunktionen wird im allgemeinen immer verwendet, wenn wir eine solche Exponentialfunktion haben. Das gilt besonders dann, wenn die von der Zeit abhängt.*

Der Faktor *a* steht hierbei für den **Anfangswert**. Wenn wir uns zum Beispiel eine Bevölkerung von 4 Menschen hat, ist 4 unser Startwert.

- *Der Anfangswert beschreibt, wie die Funktion zum Startwert aussieht. Setzen wir die Startzeit $x = 0$ in die Funktionsgleichung ein, so erhalten wir $4 = f(0) = a \cdot b^0 = a \cdot 1 = a$.*

Die Variable *b* ist hierbei unser **Wachstumsfaktor**. Er gibt an wie stark *a* pro Zeiteinheit wächst.

- *Der Wachstumsfaktor gibt an, wie stark der Anfangswert ansteigt. Dieser Wachstumsfaktor wird auch immer mit* x *potenziert, da so eine exponentieller Anstieg beschrieben werden kann.*

In unserem Beispiel ist der Wachstumsfaktor 2, da sich die Bevölkerung jedes Jahr **verdoppeln** soll.

- *Die Größe der Bevölkerung soll sich jedes Jahr um den Faktor 2 erhöhen. Die Anzahl an Menschen verdoppelt sich so jedes Jahr. Wenn wir also am Anfang 4 Menschen haben, sind es nach einem Jahr schon 8. Wenn ein Jahr vergangen ist, verdoppelt sich die Anzahl aber wieder. Es kommen also nicht nur wieder 4 hinzu, sondern dieses mal 8. Im Jahr Nummer 2 sind wir also schon bei 16 Menschen. Diese Anzahl verdoppelt sich im dritten Jahr wieder auf 32 und so geht es immer weiter.*

Wir können die fertige Funktionsgleichung jetzt zusammensetzen $f(x) = \mathbf{4 \cdot 2}^{x}$.

- *Wir wissen schon, dass hier der Anfangswert $a = 4$ und der Wachstumsfaktor $b = 2$ ist. Wir müssen nun die Variablen nur noch in die Funktionsgleichung einsetzen. So kommen wir auf die Gleichung.*

Wie hier zu sehen ist, wächst die Bevölkerung also an. Es wird jedes Jahr mehr. Nach dem ersten Jahr sind es schon 8 Menschen und nach einem weiteren Jahr schon 16.

Wenn die Bevölkerung aber nun nicht wächst sondern schrumpft, müssen wir für den Faktor *b* eine Zahl **kleiner** als 1 einsetzen.

- *Wir betrachten den Anfangswert* a, *der mit zunehmenden* x *kleiner werden soll. Damit das klappt müssen wir* a *mit einer immer kleiner werdenden Zahl multiplizieren. Da eine Zahl größer als 1 jedoch immer größer wird, wenn wir sie potenzieren, muss sie kleiner als 1 gewählt sein. Auf diese Art können wir einen Prozess der Abnahme beschreiben.*

Die Bevölkerung soll sich zum Beispiel jedes Jahr halbieren, dann ist der Wachstumsfaktor $\frac{1}{2}$.

- *Wie oben gezeigt ist der Wachstumsfaktor gleich 2, wenn die sich Bevölkerung verdoppeln soll. Wenn sich die Bevölkerung nun halbieren soll, muss der Wachstumsfaktor $\frac{1}{2}$ sein. Wir sehen das am Besten, wenn wir den Anfangswert betrachten. Am Anfang sind es 4 Menschen. Wenn nach einem Jahr nur noch die Hälfte da sein soll, können wir den Anfangswert einfach mit $\frac{1}{2}$ multiplizieren. So kommen wir auf 2 Menschen, was ja die Hälfte von 4 ist.*

Nach dem ersten Jahr wären aus den 4 Menschen dann 2 geworden und nach einem weiteren Jahr dann 1.

Allgemein können wir also sagen:

Ist $b > 1$ sprechen wir von einem **Wachstumsprozess**.

- *Wie wir oben gezeigt haben, wachsen Funktionen, wenn sie einen Wachstumsfaktor größer als 1 haben. Wir sprechen dann von einem Wachstumsprozess.*

Ist $b < 1$ sprechen wir von einem **Abnahmeprozess**.

- *Funktionen mit $b < 1$ werden mit steigendem x kleiner. Zu diesem Vorgang sagen wir auch Abnahmeprozess oder Zerfallsprozess.*